



مدارس:

*** نسبت و تناسب**

تعریف: نسبت عدد a به عدد $b \neq 0$ عبارت است از کسر $\frac{a}{b}$

تساوی بین دو نسبت $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ یک تناسب نامیده می‌شود: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

مثال: در تناسب‌های زیر، مقدار x و y را بیابید.

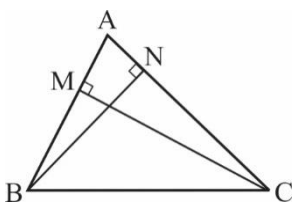
الف) $\frac{x}{x+2} = \frac{3}{4}$

ب) $\frac{3}{y} = \frac{y}{27}$

نکته: در تناسب $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ، عدد b ، میانگین هندسی دو عدد a و c نامیده می‌شود و مقدار آن از رابطه‌ی $b^2 = ac$ به دست می‌آید.

مثال: میانگین هندسی دو عدد ۴ و ۲۵ را بیابید.

تمرین: طول پاره خطی را به دست آورید که واسطه‌ی هندسی بین دو پاره خط به طول‌های ۸ و ۱۰ سانتی متر است. (تمرین ۲ صفحه ۳۳ کتاب)



مثال: با توجه به شکل مقابل، جاهای خالی را پر کنید.

الف) اگر AB را به عنوان قاعده در نظر بگیریم، مساحت مثلث می‌شود:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times \dots\dots\dots$$

ب) اگر AC را به عنوان قاعده در نظر بگیریم، مساحت مثلث می‌شود:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

پ) از الف) و ب) داریم:

$$\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \Rightarrow \text{————} = \text{————}$$

نتیجه: در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت وارد بر آن‌ها برابر است.

تست: اگر طول اضلاع مثلثی ۲ و ۳ و ۳ سانتی متر باشد، طول ارتفاع وارد بر ساق مثلث چند سانتی متر است؟

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (2) \qquad \frac{4\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (4) \qquad \sqrt{2} \quad (3)$$

ویژگی‌های تناسب:

(۱) در تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ با عمل طرفین-وسطین تساوی $ad=bc$ را خواهیم داشت.

(۲) در تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ می‌توان کسرها را معکوس کرد و تناسب $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ را به دست آورد.

(۳) در تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ می‌توان جای دو جمله‌ی میانی را عوض کرد و تناسب $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ را به دست آورد.

$$۴) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} & \text{ترکیب در صورت} \\ \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} & \text{ترکیب در مخرج} \end{cases}$$

$$۵) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \begin{cases} \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} & \text{تفضیل در صورت} \\ \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d} & \text{تفضیل در مخرج} \end{cases}$$

$$۶) \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \\ \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$۷) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \rightarrow \begin{cases} \frac{a+c}{b+d} = k \\ \frac{a+c+e}{b+d+f} = k \end{cases}$$

✓ تست: اگر $\frac{x-y}{2x+y} = \frac{2}{5}$ باشد، $\frac{x}{y}$ کدام است؟

(۱) ۷

(۲) $\frac{7}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) $\frac{5}{3}$

✓ مثال: اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = 5$ باشد، مقدار $\frac{2a+2b-4c}{2a'+2b'-4c'}$ را بیابید.

✓ تست: روی پاره خط $AB = 12$ ، دو نقطه‌ی M و N را چنان انتخاب می‌کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2$ ، در این صورت طول پاره خط MN کدام

است؟

(۱) ۳

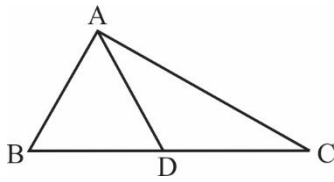
(۲) ۶

(۳) ۴

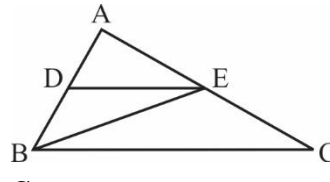
(۴) ۸

✓ تعریف: اگر $\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x} = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $x+y+z$ را به دست آورید. (تمرین ۱ صفحه ۳۳ کتاب)

مثال: در شکل‌های زیر، نسبت مساحت دو مثلث خواسته شده را بنویسید.



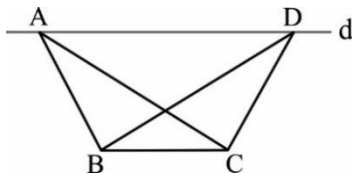
$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\frac{S_{ADE}}{S_{BDE}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

نتیجه ۱: هرگاه اندازه‌های ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع‌ها.

نتیجه ۲: اگر دو مثلث یک رأس مشترک داشته باشند و قاعده‌ی مقابل به این رأس در دو مثلث روی یک خط راست قرار داشته باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های آن‌ها.

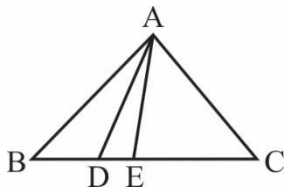


مثال: در شکل مقابل، $d \parallel BC$ است. نشان دهید: $S_{ABC} = S_{DBC}$.

نتیجه ۳: اگر دو مثلث، قاعده‌ی مشترک داشته باشند و رأس‌های روبه‌روی این قاعده‌ی مشترک، روی یک خط موازی این قاعده باشند، مثلث‌ها هم‌مساحت‌اند.

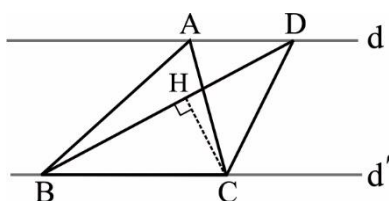
تمرین: طول‌های اضلاع مثلثی ۴ و ۶ و ۸ سانتی‌مترند و بلندترین ارتفاع آن $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ سانتی متر است. طول‌های دو ارتفاع دیگر مثلث را به دست آورید.

تمرین: در شکل مقابل، مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{DE}{BD}$ و



را به دست آورید. (تمرین ۳ صفحه ۳۳ کتاب)

تمرین: در شکل مقابل، $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC برابر 8cm^2 است. اگر $BD = 6\text{cm}$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی C از BD را به دست



آورید. (تمرین ۴ صفحه ۳۳ کتاب)